

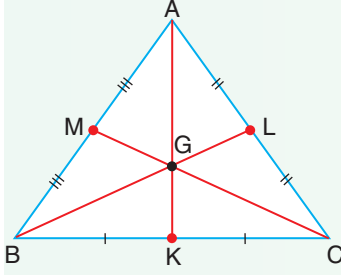
Üçgende Yardımcı Elemanlar

Kenarortay

Üçgenin bir kenarının orta noktasını, bu kenarın karşısındaki köşe ile birleştiren doğru parçasına o kenara ait **kenarortay** denir.

Örnek:

Aşağıda verilen ABC üçgeninin kenarlarına ait kenarortaylarını çizelim.



K, L ve M noktaları bulundukları kenarların orta noktaları olmak üzere;

[AK], [BC] na ait kenarortay,

[BL], [AC] na ait kenarortay,

[CM], [AB] na ait kenarortay olur.

ABC üçgeninde bir kenarortayın ayırdığı kenar uzunlukları birbirine eşittir.

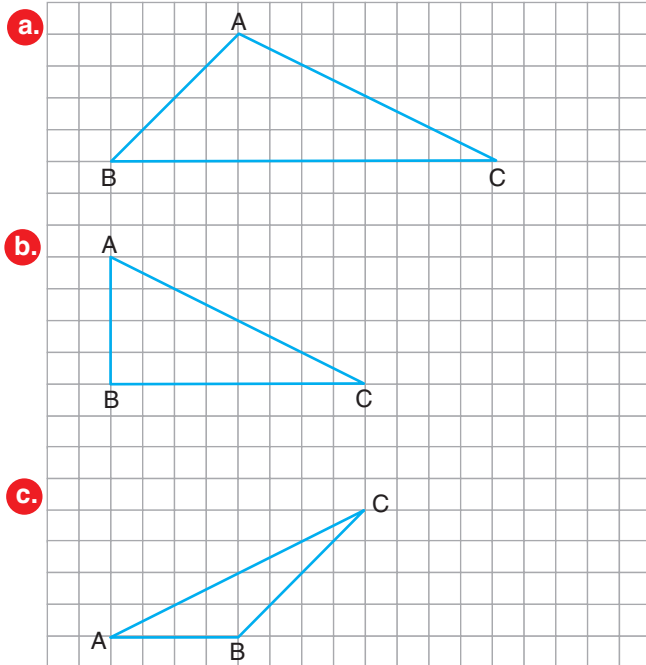
$|BK| = |KC|$, $|AL| = |LC|$, $|BM| = |MA|$ olur.



Üçgende her kenara ait bir kenarortay vardır. Kenarortaylar üçgenin iç bölgesinde kesişir. Kesiştikleri noktaya **üçgenin ağırlık merkezi** denir. "G" harfi ile gösterilir.

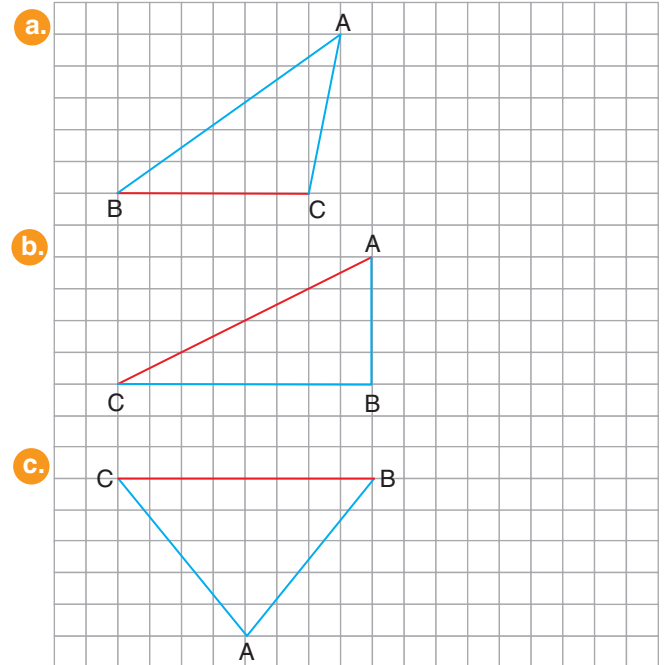
Sıra Sende 1

Aşağıda verilen üçgenlerin kenarortaylarını kareli zeminden faydalanarak çiziniz.



Sıra Sende 2

Aşağıda kareli zemine çizilmiş üçgenlerin kırmızı ile çizilmiş kenarlarına ait kenarortaylarını çiziniz.



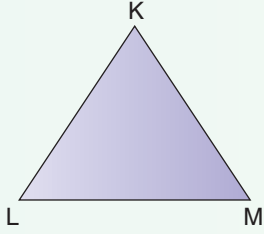


Katlama ile Kenarortay Elde Etme

Üçgensel bölge biçimindeki bir kâğıdın bir kenarına ait kenarortayını katlama işlemi ile elde edelim.

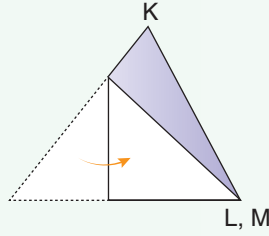
1. adım:

Kâğıdın köşe noktalarını K, L ve M olarak adlandıralım.



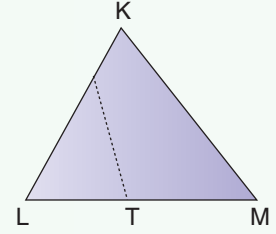
2. adım:

KLM üçgeninde L köşesini M köşesinin üstüne gelecek şekilde katlayalım.



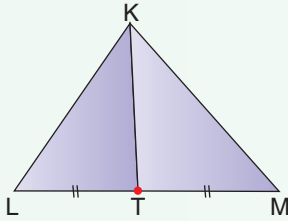
3. adım:

Kâğıdı tekrar açtığımızda oluşan kat iziyle LM kenarının kesiştiği noktaya T noktası diyelim.



4. adım:

K noktası ile T noktası birleştirildiğinde oluşan doğru parçası, LM kenarını iki eş parçaya ayıran doğru parçasıdır.

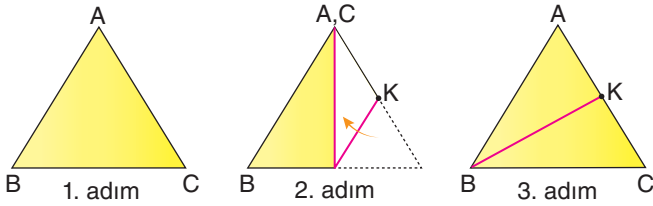


KT doğru parçası LM kenarına ait kenarortaydır.
 $|LT| = |TM|$ olur.



Sıra Sende 3

Aşağıda çeşitkenar üçgen biçimindeki bir kâğıda uygulanan katlama adımları verilmiştir.

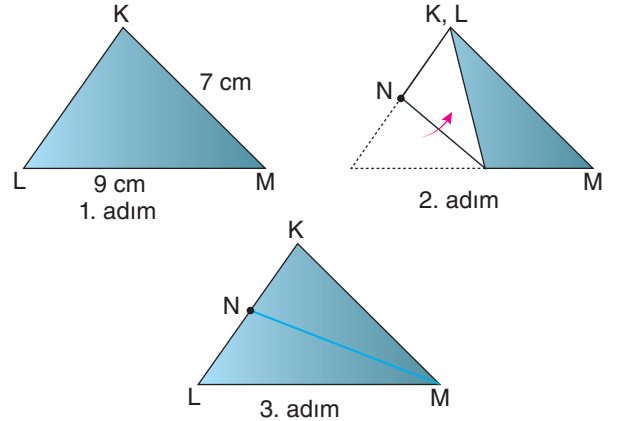


Buna göre 3. adımdaki [BK] nın ABC üçgeninin hangi yardımcı elemanı olduğunu ve ait olduğu kenarı yazınız.



Sıra Sende 4

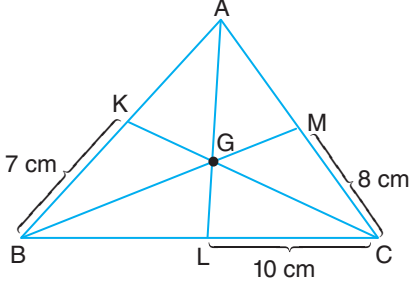
Çevre uzunluğu 24 santimetre olan üçgen biçimindeki bir kâğıda aşağıdaki katlama adımları uygulanıyor.



Buna göre 3. adımdaki [KN] nın uzunluğu kaç santimetredir?

Sıra Sende 5

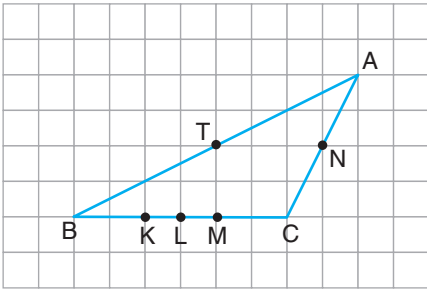
Aşağıda verilen ABC üçgeninde G noktası bu üçgenin kenarortaylarının kesişim noktasıdır.



Buna göre ABC üçgeninin çevre uzunluğu kaç santimetredir?

Sıra Sende 6

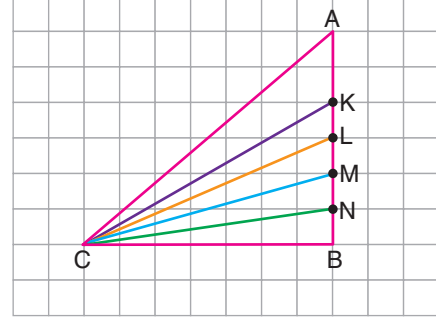
Kareli zemin üzerinde verilen ABC üçgeninin BC kenarına ait kenarortayı çizilecektir.



Buna göre çizilecek kenarortay K, L, M, N ve T noktalarının hangisinden geçer?

Sıra Sende 7

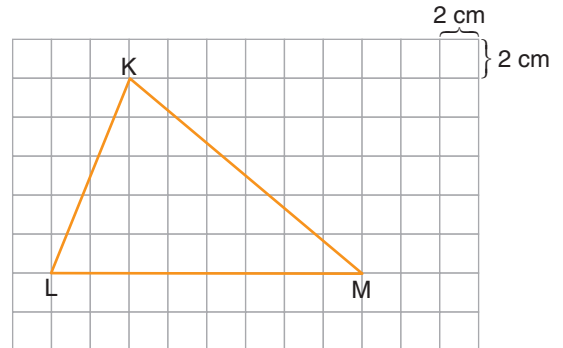
Aşağıda kareli zemin üzerine çizilmiş ABC üçgeni verilmiştir.



Buna göre C köşesinden AB kenarına çizilen hangi doğru parçası AB kenarına ait kenarortaydır?

Sıra Sende 8

Aşağıda kareli zemin üzerine çizilmiş KLM üçgeni verilmiştir.

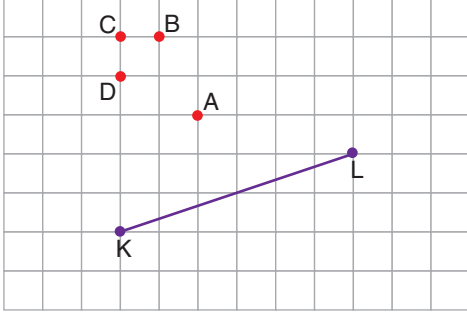


LM kenarına ait kenarortayın bu kenarı kestiği noktanın M noktasına uzaklığı kaç santimetredir?



Sıra Sende 9

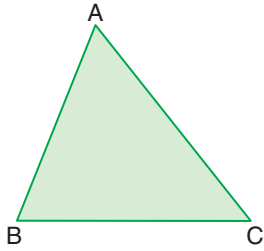
Aşağıdaki kareli zeminde bir üçgene ait KL kenarı gösterilmiştir.



Bu üçgenin KL kenarına ait kenarortayı A noktasından geçtiğine göre üçgenin diğer köşesi B, C ve D noktalarından hangisi olabilir?

Sıra Sende 10

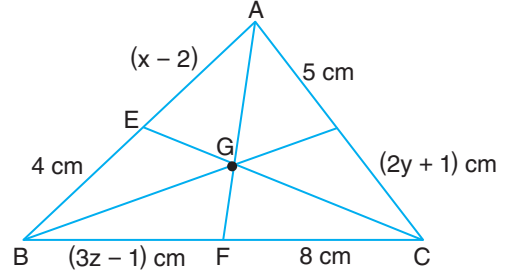
Aşağıda verilen ABC üçgeninde [BC] na ait kenarortayın [BC] nı kestiği noktanın C noktasına uzaklığı 12 santimetredir.



Buna göre [BC] nın uzunluğu kaç santimetredir?

Sıra Sende 11

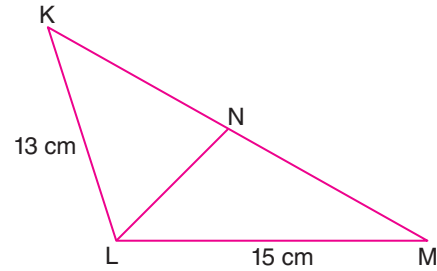
ABC üçgeninde G noktası, kenarortayların kesim noktasıdır.



Buna göre $x + y + z$ kaçtır?

Sıra Sende 12

Aşağıda verilen KLM üçgeninde [LN], KM kenarına ait kenarortay ve $|KL| = 13$ santimetre, $|LM| = 15$ santimetredir.



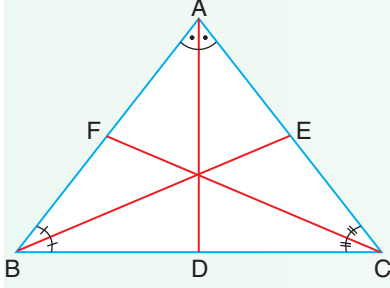
Buna göre LMN ve KLN üçgenlerinin çevre uzunlukları farkı kaç santimetredir?

Açıortay

Bir üçgende bir açıyı iki eş parçaya ayıran doğru parçasına **açıortay** denir.

Örnek:

ABC üçgeninin açıortaylarını çizelim.



$[AD] \rightarrow A$ açısına ait açıortay

$[BE] \rightarrow B$ açısına ait açıortay

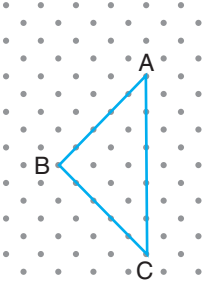
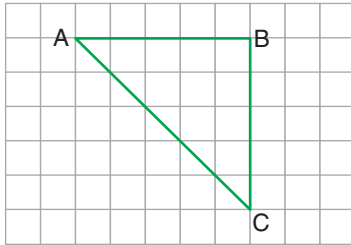
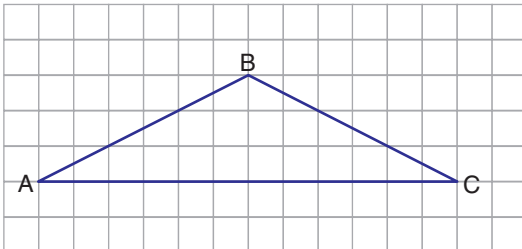
$[CF] \rightarrow C$ açısına ait açıortay

ABC üçgeninde,

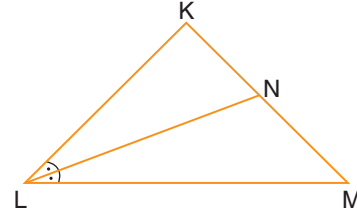
$m(\widehat{ACF}) = m(\widehat{FCB})$, $m(\widehat{ABE}) = m(\widehat{EBC})$ ve $m(\widehat{BAD}) = m(\widehat{DAC})$ olur.

Sıra Sende 13

Aşağıda kareli ve izometrik kâğıtlara çizilen ABC üçgenlerinin B açlarına ait açıortaylarını çiziniz.

a.**b.****c.****Sıra Sende 14**

KLM üçgeninde $[LN]$, L açısına ait açıortaydır.



$m(\widehat{LNK}) = 80^\circ$ ve $|LN| = |LK|$ olduğuna göre $m(\widehat{KLM})$ kaç derecedir?

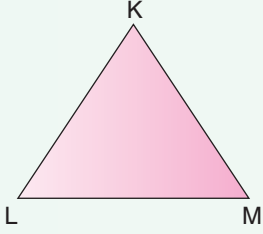


Katlama ile Açılırtay Elde Etme

Üçgensel bölge biçimindeki bir kâğıdın bir açısına ait açılırtayını katlama işlemi ile elde edelim.

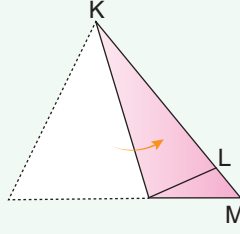
1. adım:

Kâğıdın köşe noktalarını K, L ve M olarak adlandıralım.



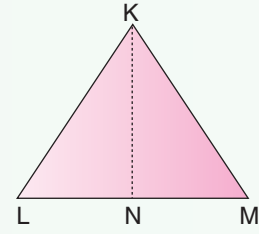
2. adım:

Kâğıdın KL kenarını, KM kenarı üzerine gelecek şekilde katlayalım.



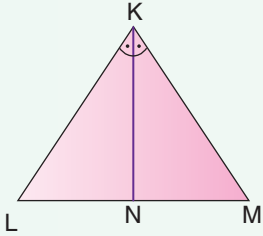
3. adım:

Kâğıdı tekrar açtıktan sonra kat izinin LM kenarı ile kesiştiği noktaya N noktası diyelim.



4. adım:

K köşesi ile N noktasını kat izinden birleştirerek [KN] nı çizelim.

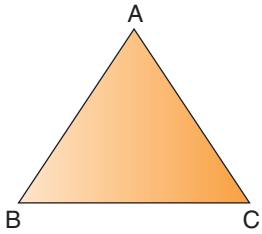


[KN], K açısını iki eş parçaya ayırdığı için LKM açısının açılırtaydır.

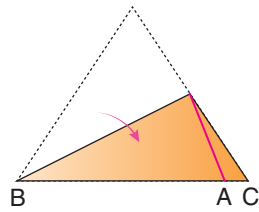


Sıra Sende 15

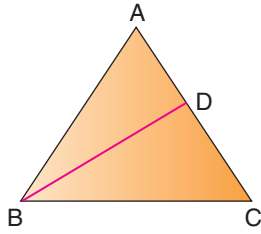
Aşağıda çeşitkenar üçgen biçimindeki bir kâğıda uygulanan katlama adımları verilmiştir.



1. adım



2. adım



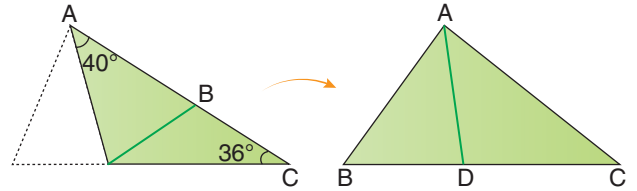
3. adım

Buna göre 3. adımda çizilen [BD], ABC üçgeninin hangi yardımcı elemanıdır?



Sıra Sende 16

Aşağıda verilen ABC üçgeninde AB kenarı AC kenarı üzerine gelecek şekilde katlanıp tekrar açılıyor. Oluşan kat çizgisinin BC kenarını kestiği nokta D noktası olarak adlandırılıyor.



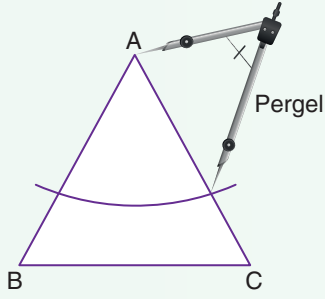
Buna göre ABC açısının ölçüsü kaç derecedir?

Pergel ve Cetvel Yardımıyla Açıortay Çizme

Aşağıda verilen adımları uygulayarak ABC üçgeninin A açısına ait açıortayını pergel ve cetvel yardımıyla çizelim.

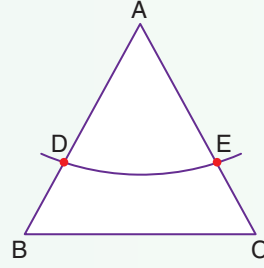
1. adım:

Pergelin sivri ucunu A noktasına koyarak AB ve AC kenarlarını kesen bir yay çizelim.



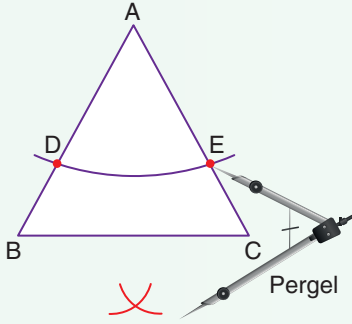
2. adım:

Yayın AB ve AC kenarlarını kestiği noktaları D ve E harfleriyle isimlendirelim.



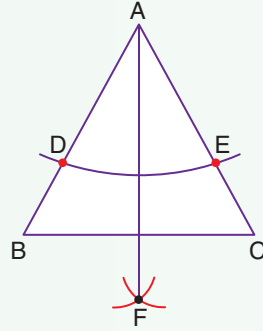
3. adım:

Pergelimizi DE yayının uzunluğunun yarısından fazla olacak şekilde açalım. Pergelimizin açıklığını bozmadan sırasıyla D ve E merkezli yayları çizelim.



4. adım:

Yayın kesiştiği noktayı F harfiyle isimlendirelim. A ve F noktalarını cetvel ile birleştirelim.



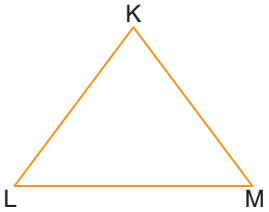
AF doğru parçası A açısının açıortayıdır.



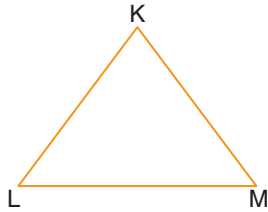
Sıra Sende 17

Aşağıda verilen KLM üçgeninin L açısına ait açıortayını, pergel ve cetvel yardımıyla çiziniz.

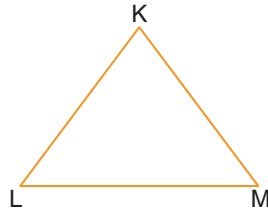
1. adım:



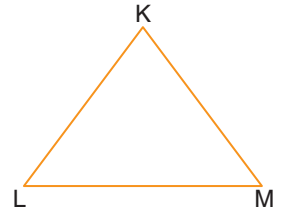
2. adım:



3. adım:

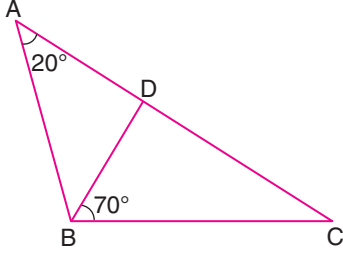


4. adım:





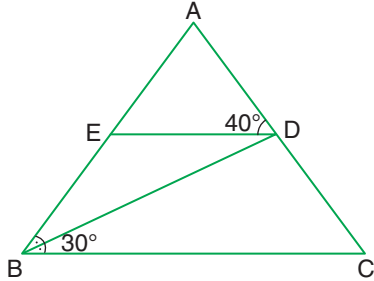
Sıra Sende 18



Yukarıdaki ABC üçgeninde [BD] açıortay olmak üzere $m(\widehat{BAC}) = 20^\circ$ ve $m(\widehat{DBC}) = 70^\circ$ dir.

Buna göre $m(\widehat{ADB})$ kaç derecedir?

Sıra Sende 19

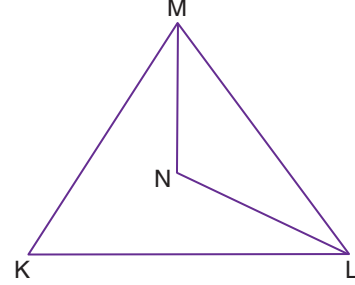


Yukarıdaki ABC üçgeninde [BD] açıortay olmak üzere $m(\widehat{DBC}) = 30^\circ$, $m(\widehat{ADE}) = 40^\circ$ ve $[ED] \parallel [BC]$ dir.

Buna göre $m(\widehat{BAC})$ kaç derecedir?

Sıra Sende 20

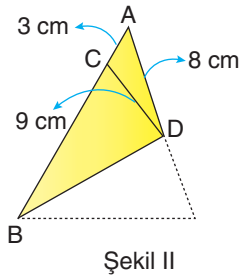
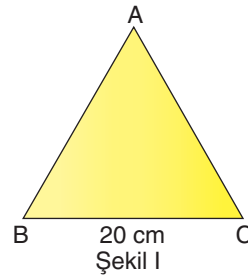
Aşağıdaki KLM üçgeninde, L ve M açılarına ait açıortaylar sırasıyla [LN] ve [MN] dir.



$m(\widehat{K}) = 80^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{MNL})$ kaç derecedir?

Sıra Sende 21

Şekil I'de bir kenar uzunluğu 20 santimetre olan ABC üçgeni verilmiştir.



Bu üçgenin BC kenarı AB kenarı üzerine gelecek biçimde katlandığında Şekil II'deki durum oluşuyor.

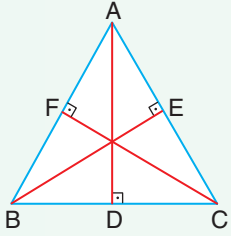
Buna göre ABC üçgeninin çevre uzunluğu kaç santimetredir?

Yükseklik

Üçgenin herhangi bir köşesinden karşısındaki kenar veya bu kenarın uzantısına çizilen dik doğru parçasına o kenara ait **yükseklik** denir.

Dar Açılı Üçgenlerde Yükseklik

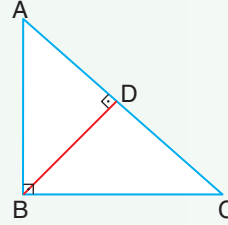
Dar açılı üçgenlerde yükseklikler üçgenin iç bölgesinde bir noktada kesişirler.



[AD] $\rightarrow$ [BC] na ait yükseklik
[BE] $\rightarrow$ [AC] na ait yükseklik
[CF] $\rightarrow$ [AB] na ait yükseklik

Dik Açılı Üçgenlerde Yükseklik

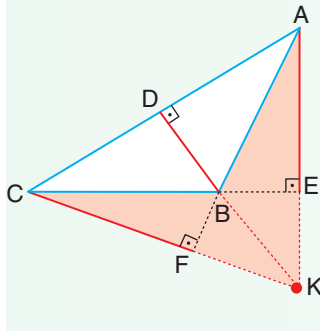
Dik açılı üçgenlerde dik kenarlar aynı zamanda üçgenin yüksekliğidir. Yükseklikler dik açının (90° nin) bulunduğu köşede kesişirler.



[AB] $\rightarrow$ [BC] na ait yükseklik
[BC] $\rightarrow$ [AB] na ait yükseklik
[BD] $\rightarrow$ [AC] na ait yükseklik

Geniş Açılı Üçgenlerde Yükseklik

Geniş açılı üçgenlerde yükseklikten ikisi üçgenin dışındadır. Yüksekliklerin uzantıları üçgenin dış bölgesinde bir noktada kesişirler.

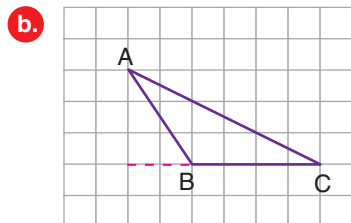
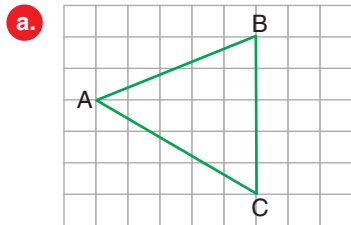


[AE] $\rightarrow$ [BC] na ait yükseklik
[BD] $\rightarrow$ [AC] na ait yükseklik
[CF] $\rightarrow$ [AB] na ait yükseklik

Kesiştikleri nokta

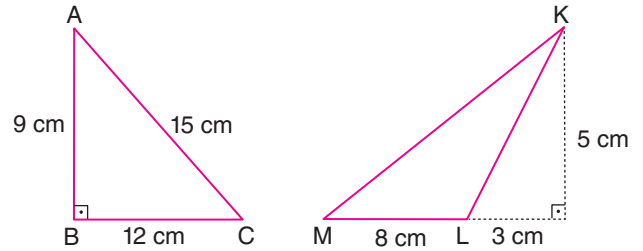
Sıra Sende 22

Aşağıda kareli kâğıtlarda verilen üçgenlerin BC kenarlarına ait yükseklikleri çiziniz.



Sıra Sende 23

Aşağıda ABC ve KLM üçgenleri verilmiştir.



Buna göre bu üçgenlerin BC ve LM kenarlarına ait yükseklikleri arasındaki fark kaç santimetredir?

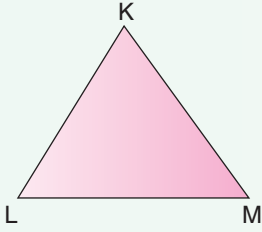


Katlama ile Yükseklik Elde Etme

Üçgensel bölge biçimindeki bir kâğıdın bir kenarına ait yüksekliğini katlama işlemi ile elde edelim.

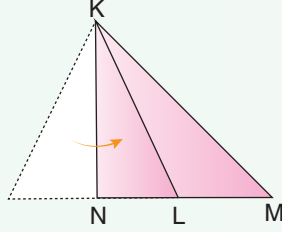
1. adım:

Kâğıdın köşe noktalarını K, L ve M olarak isimlendirelim.



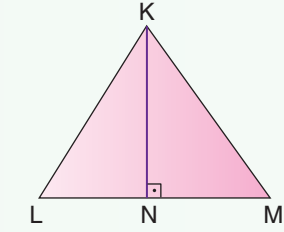
2. adım:

L köşesi [LM] üzerine gelecek şekilde K köşesinin hizasından katlayalım.



3. adım:

Kâğıdı tekrar açıp katlama izi boyunca K ve N noktalarını birleştiren doğru parçası çizelim.

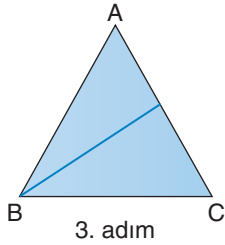
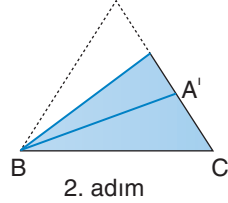
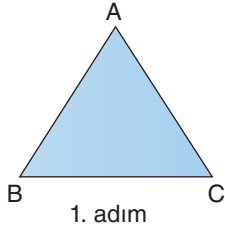


[KN], LM kenarına ait yükseklik olur.



Sıra Sende 24

Aşağıda bir kenar uzunluğu verilen üçgensel bölge biçimindeki bir kâğıda uygulanan katlama adımları verilmiştir.

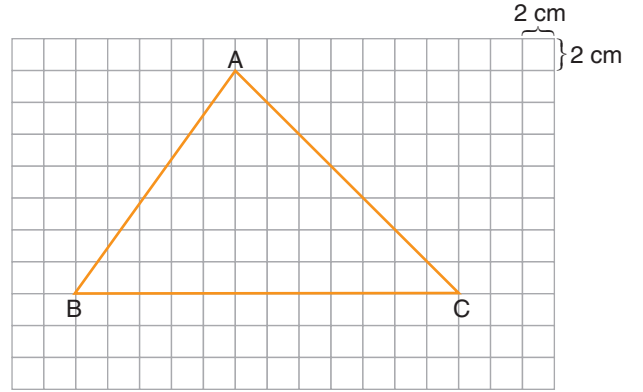


Bu katlamada 3. adımda oluşan kat çizgisi üçgenin hangi yardımcı elemanıdır?



Sıra Sende 25

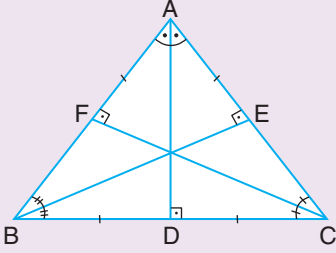
Aşağıda kareli zemine çizilmiş ABC üçgeni gösterilmiştir.



ABC üçgeninin BC kenarına ait yüksekliği ile kenarortayının BC kenarını kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç santimetredir?

Ültil Not

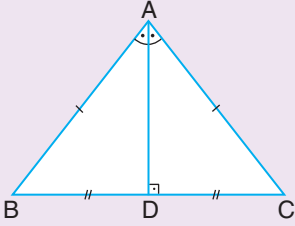
- Eşkenar üçgenlerde, yükseklik aynı zamanda açıortay ve kenarortaydır.



ABC eşkenar üçgeninde;

$[AD]$, $[BE]$ ve $[CF]$ eşkenar üçgeninin yükseklikleri, açıortayları ve kenarortaylarıdır.

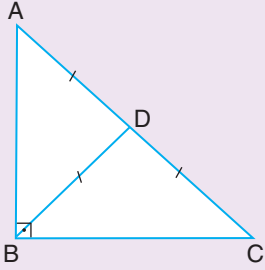
- İkizkenar üçgende tepe noktasından tabana çizilen yükseklik aynı zamanda kenarortay ve açıortaydır.



ABC ikizkenar üçgeninde;

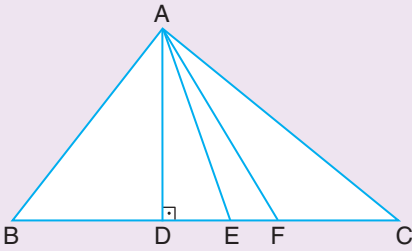
$|AB| = |AC|$ ve $[AD]$ üçgenin A açısının açıortayı, BC kenarının yüksekliği ve kenarortaydır.

- Dik üçgende dik açının karşısındaki kenara ait kenarortayın uzunluğu, bu kenarın uzunluğunun yarısıdır.



ABC dik üçgeninde $|BD| = |AD| = |CD|$ olur.

- Çeşitkenar üçgende aynı köşeden çizilen üçgenin yardımcı elemanlarından yükseklik en kısa, kenarortay en uzun doğru parçasıdır.



ABC çeşitkenar üçgeninde;

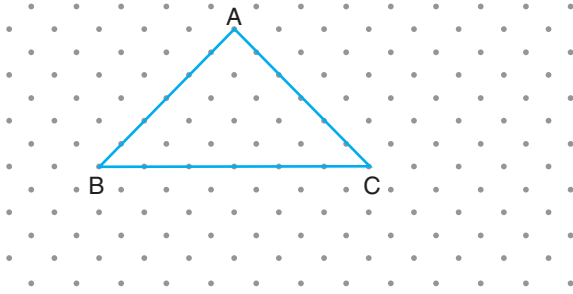
$[AD]$ yükseklik, $[AE]$ açıortay ve $[AF]$ kenarortay olmak üzere

$|AD| < |AE| < |AF|$ olur.



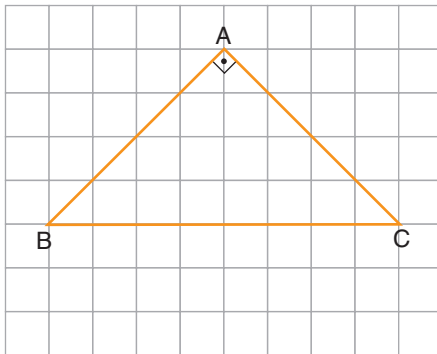
Sıra Sende 26

Aşağıda izometrik kâğıda çizilen ABC üçgeninin BC kenarına ait yükseklik ve kenarortayını çizerek uzunluklarını karşılaştırınız.



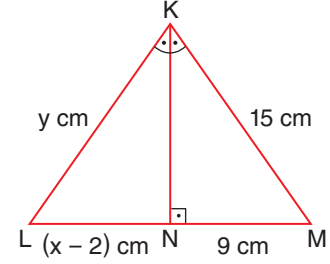
Sıra Sende 27

Aşağıda kareli zemine çizilen ABC üçgeninin BC kenarına ait yükseklik, kenarortay ve A açısına ait açıortayı çizerek uzunluklarını karşılaştırınız.



Sıra Sende 28

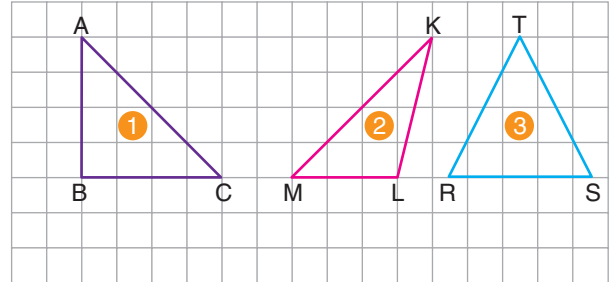
Aşağıdaki KLM üçgeninde $[KN] \perp [LM]$ ve $[KN]$, K açısına ait açıortaydır.



Buna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

Sıra Sende 29

Aşağıdaki kareli zeminde numaralı üçgenler verilmiştir.



Bu üçgenlerin her birinin yüksekliklerinin üçgenin hangi bölgesinde kesiştiğini yazınız.

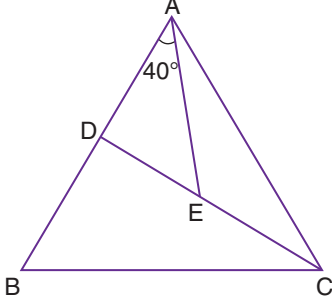
a. 1 numaralı üçgen:

b. 2 numaralı üçgen:

c. 3 numaralı üçgen:

Sıra Sende 30

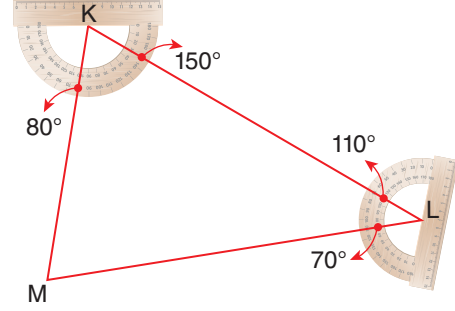
Aşağıdaki ABC eşkenar üçgeninde [CD], [AB] na ait kenarortay ve $m(\widehat{EAD}) = 40^\circ$ dir.



Buna göre $m(\widehat{AEC})$ kaç derecedir?

Sıra Sende 31

Aşağıdaki KLM üçgeninin K ve L açıları açılölçer yardımıyla ölçülüyor.



Buna göre KLM üçgeninin hangi kenarına ait kenarortayı ve yüksekliği aynı doğru parçasıdır?

Sıra Sende 32

Aşağıda verilen cümlelerdeki boşluklara uygun ifadeleri yazınız.

a. Dik açılı üçgenlerde yükseklikler bulunduğu köşede kesişirler.

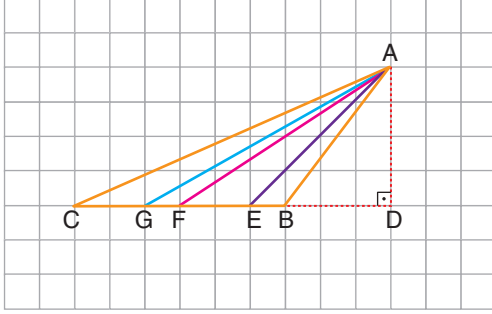
b. Bir üçgende açıortaylar daima üçgenin bölgesinde kesişirler.

c. Eşkenar üçgende ve aynı doğru parçasıdır.

ç. İkizkenar üçgende ikizkenarın ortak köşesinden karşısındaki kenara çizilen dikme aynı zamanda ve dır.



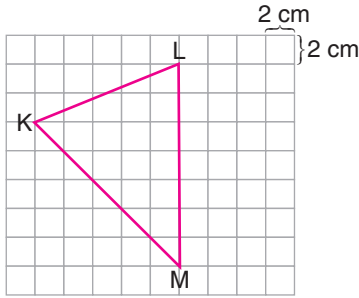
1. Aşağıda kareli zemine çizilmiş ABC üçgeni verilmiştir.



Buna göre aşağıdakilerden hangisi ABC üçgeninde BC kenarına ait kenarortaydır?

- A) [AD] B) [AE] C) [AF] D) [AG]

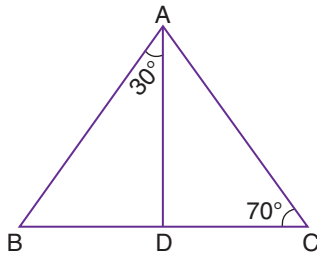
2. Aşağıda kareli zemine çizilmiş KLM üçgeni verilmiştir.



Buna göre KLM üçgeninde LM kenarına ait yükseklik kaç santimetredir?

- A) 5 B) 8 C) 10 D) 12

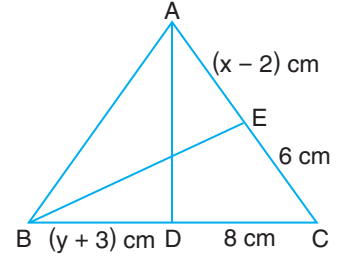
3. Aşağıda verilen ABC üçgeninde [AD], A açısına ait açıortaydır.



$m(\widehat{BAD}) = 30^\circ$ ve $m(\widehat{ACD}) = 70^\circ$ olduğuna göre $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

- A) 40 B) 50 C) 60 D) 70

- 4.

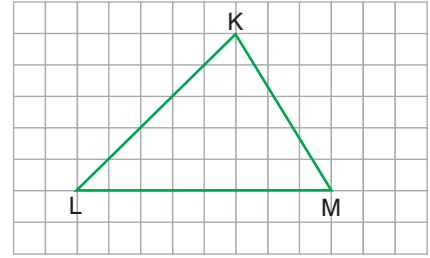


Yukarıdaki ABC üçgeninde [AD] ve [BE] kenarortaylardır.

Buna göre $x + y$ toplamı kaçtır?

- A) 5 B) 8 C) 13 D) 15

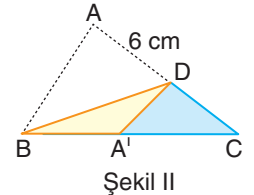
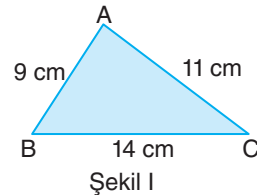
5. Kareli zeminde verilen KLM üçgeninde, LM kenarına ait kenarortay ve yüksekliğin bu kenarı kestiği noktalar arasındaki uzaklık 4 birimdir.



Buna göre KLM üçgeninin alanı kaç birimkaredir?

- A) 20 B) 80 C) 160 D) 320

6. Şekil I'deki ön yüzü mavi, arka yüzü sarı renkli ABC üçgeninin AB kenarı, BC kenarı üzerine katlandığında Şekil II elde edilmiştir.

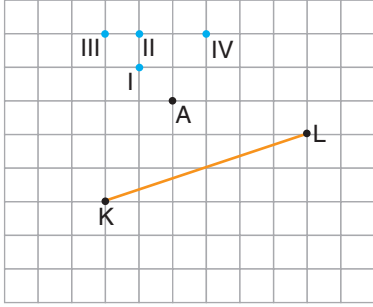


Buna göre Şekil II'deki A'CD üçgeninin çevre uzunluğu kaç santimetredir?

- A) 15 B) 16 C) 17 D) 18



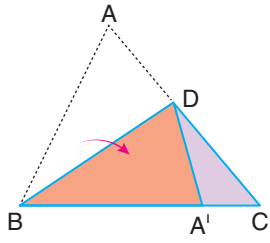
7. Aşağıdaki kareli zeminde bir üçgene ait KL kenarı gösterilmiştir.



Bu üçgenin KL kenarına ait kenarortay çizgisi A noktasından geçtiğine göre üçgenin diğer köşesi numaralı noktalardan hangisi olabilir?

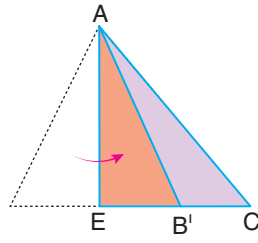
- A) I B) II C) III D) IV

8. Aşağıda çeşitkenar üçgen biçimindeki bir kâğıtla yapılan iki farklı katlama gösterilmiştir.



I. katlama

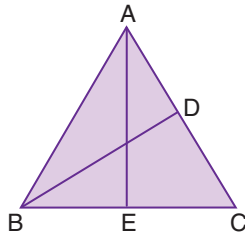
[AB], [BC] üzerine gelecek şekilde katlanıyor.



II. katlama

B köşesi BC kenarı üzerine gelecek şekilde A köşesi hizasından katlanıyor.

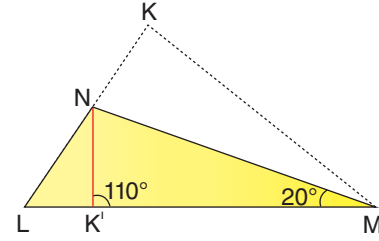
Bu kâğıtta katlama sonucu oluşan kat çizgileri aşağıdaki gibi çiziliyor.



Buna göre aşağıdaki ifadelerden hangisi doğrudur?

- A) [AE], [BC] na ait kenarortaydır.
B) [BD], B açısına ait açıortaydır.
C) $|AD| = |CD|$ olur.
D) $|BE| = |EC|$ olur.

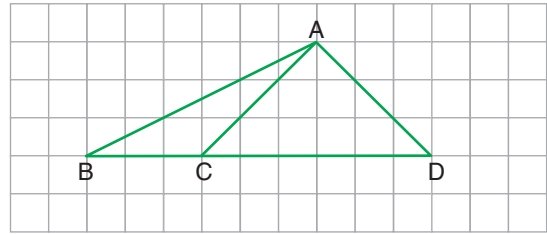
9. Aşağıda verilen KLM üçgeni, KM kenarı LM kenarı üzerine gelecek şekilde katlanıp kat çizgisinin KL kenarını kestiği nokta N noktası olarak adlandırılıyor.



Buna göre KLM açısının ölçüsü kaç derecedir?

- A) 30 B) 40 C) 50 D) 60

10. Aşağıdaki kareli kâğıda ABC ve ACD üçgenleri çizilmiştir.



Buna göre bu üçgenlerle ilgili aşağıda verilen ifadelerden hangisi yanlıştır?

- A) ACD üçgeninde yükseklikler, A köşesinde kesişirler.
B) ABC üçgeninde açıortaylar, üçgenin iç bölgesinde kesişirler.
C) ABC üçgeninde BC kenarına ait yükseklik, ACD üçgeninin CD kenarına ait kenarortayına eşittir.
D) ACD üçgeninde C köşesinden çizilen yükseklik, kenarortay ve açıortay aynı doğru parçasıdır.